Práctica 7

1. Expresar en el sistema circular y horario los siguientes ángulos:

   a) $45°$

   b) $220°\,25'\,30''$

   c) $35',5$

2. Calcular en metros la longitud del arco de un radián perteneciente a un meridiano terrestre, supuesto éste de 40 000 km y la Tierra esférica.

3. Calcular en milímetros la longitud del arco de una porción de pizza calabresa, suponiendo que el diámetro de esta última es de 40 cm.

4. Completar la siguiente tabla.

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	π	$\frac{7}{6}\pi$	$\frac{5}{4}\pi$	$\frac{4}{3}\pi$	$\frac{3}{2}\pi$	$\frac{11}{6}\pi$	$\frac{7}{4}\pi$	$\frac{5}{3}\pi$	2π
$\sin x$																	
$\cos x$																	
$\tan x$																	
$\csc x$																	
$\sec x$																	
$\cot x$																	

A estos ángulos se les conoce con exactitud el valor de sus funciones trigonométricas. Esto quiere decir que en la resolución de problemas los podemos tomar como datos conocidos.

5. Utilizando las fórmulas del seno y el coseno para la adición y sustracción y la tabla anterior, calcular en forma exacta (sin hacer la cuenta en la calculadora):

   a) $\sin(75°)$

   b) $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$

   c) $\tan(15°)$

   d) $\csc\left(-\frac{5\pi}{12}\right)$

6. Encontrar el valor de los ángulos pertenecientes al intervalo $[0, 2\pi)$ que satisfacen las siguientes condiciones:

   a) $\tan(\gamma) = 1$

   b) $\sin(\epsilon) = \sqrt{3}\,\cos(\epsilon)$

   c) $\arccos 1 = \theta$

   d) $\cos(\beta) = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

7. Calcular el valor de las restantes funciones trigonométricas, sin hallar el ángulo x, teniendo en cuenta los siguientes datos:

   a) $\sin\, x \;=\; \dfrac{1}{2}$ y $x \in \mathrm{I}$

   b) $\tan\, x \;=\; -\sqrt{3}$ y $x \in \mathrm{II}$

   c) $\cos\, x \;=\; \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ y $x \in \mathrm{IV}$

8. Sin calcular el ángulo α, calcular $\sin(2\alpha)$, $\cos(2\alpha)$ y $\tan(2\alpha)$ sabiendo que:

   a) $\sin\alpha = 4/5$

   b) $\cos\alpha = 1/5$

9. Sin calcular el ángulo α, calcular $\sin(\alpha/2)$, $\cos(\alpha/2)$ y $\tan(\alpha/2)$ sabiendo que:

   a) $\cos\alpha = 7/8$ y $0 \leq \alpha < \pi/2$

   b) $\sin\alpha = -3/5$ y $\pi \leq \alpha \leq 3\pi/2$

10. Simplificar la expresión mediante la aplicación de una fórmula de ángulo doble o semiángulo según corresponda:

    a) $\sin(18°)\, 2\, \cos(18°) \;=$

    b) $\dfrac{1 \,-\, \cos(4\,\alpha)}{\sin(4\,\alpha)} \;=$

    c) $-\, \sin^2(5\,\beta) \,+\, \cos^2(5\,\beta) \;=$

    d) $\sqrt{\dfrac{1 \,-\, \cos(8\,\delta)}{2}} \;=$

11. Demostrar, utilizando las relaciones fundamentales, las siguientes identidades:

    a) $\sin\gamma = \dfrac{\cos\gamma}{\cot\gamma}$

    b) $\tan(\alpha \,+\, \beta) \;=\; \dfrac{\tan\,\alpha \,+\, \tan\,\beta}{1 \,-\, \tan(\alpha)\, \tan(\beta)}$

    c) $|\sec\delta| = \sqrt{1 + \tan^2\delta}$

    d) $1 - \sin\theta = (\sin\theta/2 - \cos\theta/2)^2$

    e) $\dfrac{1 \,+\, \cos\,\alpha}{\sin\,\alpha} \,+\, \tan\,\alpha \;=\; \dfrac{1 \,+\, \cos\,\alpha}{\sin\,\alpha\,.\,\cos\,\alpha}$

f) $\dfrac{1}{\dfrac{1}{\cos^2\beta}\,(1 - \sin^2\beta)} + \tan^2\beta = \sec^2\beta$

12. Simplificar las siguientes expresiones, utilizando las propiedades adecuadas.

a) $\cos(-x)\,\sin\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) - \sin(\pi + x)\,\cos\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) =$

b) $\dfrac{\cos(\pi - x)\,\cos(\pi + x)}{2\,\tan\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right)} =$

c) $\tan(-x)\,\cos(\pi + x)\,(\csc x)^{-1} + \sin^2(\pi + x) + 2\,\cos^2(-x) =$

d) $\cos(\pi - \alpha)\,.\,\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) + \sin(\pi + \alpha)\,.\,\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) + \tan\frac{5\pi}{4} =$

e) $\tan\left(\dfrac{5\pi}{4}\right).\,\dfrac{\arcsin 1}{\arccos(-1)} + \dfrac{\sin^2(-\alpha)}{\cos^2(\pi/2 - \alpha)} + \dfrac{\cos(\pi/2)}{\arctan(2,5)} =$

f) $2\left[-\dfrac{\sin(-\beta)}{\tan(\pi + \beta)}\,.\,\sin\left(\dfrac{\pi}{2} - \beta\right) + \sin^2(\pi - \beta)\right] =$

g) $-\sin(\pi/2 - \alpha)\,.\,\sec(\pi + \alpha) + \tan(\pi/4) - \dfrac{\cos(\pi + \alpha)}{\cos(-\alpha)} - \cot(3\pi/4) =$

Para seguir practicando

1. Demostrar, utilizando las relaciones fundamentales, las siguientes identidades:

a) $\tan(\alpha - \beta) = \dfrac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan(\alpha)\,\tan(\beta)}$

b) $\sec(2\epsilon) = \dfrac{-1}{1 - 2\cos^2\epsilon}$

c) $\dfrac{1 + \tan\beta}{1 + \cot\beta} = \tan\beta$

d) $\dfrac{\sin(x + y) - \sin(x - y)}{\cos(x + y) + \cos(x - y)} = \tan y$

2. Simplificar las siguientes expresiones, utilizando las propiedades adecuadas.

a) $\dfrac{\sin(\pi + x) - 2\,\sin(-x)}{4\,\cos(\pi + x) + \cos(2\,\pi - x)} =$

b) $\sin^3(\pi + x) - \cos^3\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) =$

c) $\dfrac{\cos(\pi + y)}{\sin(\pi/2 - y)}\,\dfrac{\sin(2\,y)}{\sin(4\pi + y)}\,\tan(-y)\,\arccos(-1) + \sin(-y + \pi) =$

d) $-\dfrac{\cos(\alpha + \pi)}{\sin(\pi/2 + \alpha)} - \dfrac{\sec(\pi/2 - \alpha)}{\cot(-\alpha)}\,.\,\cos(-\alpha) - \cos\pi + 2\,\dfrac{\arcsin(1/2)}{\arcsin(\sqrt{3}/2)} =$

e) $3\,.\left[\sin^2(\dfrac{\pi}{2} - \alpha) - \sin(\pi - \alpha)\,.\,\tan(\pi + \alpha)\,.\,\cos(\pi - \alpha)\right] - \sin\left(\dfrac{3\pi}{2}\right) =$